



تبدیل‌های هندسی: انتقال در صفحه

مطلبی برای افزایش دانش
موضوعی ریاضی معلمان

اشاره

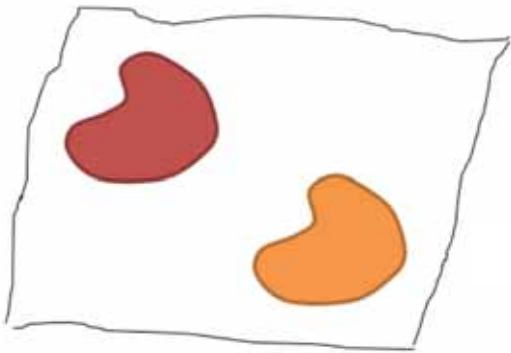
در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی هستند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی آن‌ها. یکی از این موضوعات، تقارن‌ها و دوران در هندسه است که در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی آمده است.

«تقارن و دوران»، حالت خاصی از تغییر دادن یک شکل در صفحه است. این تغییر دادن‌ها را «تبدیل هندسی» می‌نامند. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در چند شماره، درباره‌ی انواع تبدیلات صحبت می‌کنیم.

در مطلب پیش‌رو قصد داریم تبدیل‌های هندسی را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی کنیم تا دانش‌موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن‌ها افزایش دهیم. همچنین، مطالبی درباره‌ی تدریس این موضوعات بیان کنیم.

مقدمه

دنیای اطراف ما پر است از اشیایی که هر کدام شکلی دارند. در علم هندسه، این شکل‌ها به صورت مجرد بررسی می‌شوند. بعضی از شکل‌ها **مسطح** هستند؛ یعنی کاملاً روی یک سطح صاف و تخت قرار می‌گیرند. سطح صاف و کاملاً تخت یک نوع **صفحه** است. شکل‌هایی را که روی یک صفحه هستند می‌توان تغییر داد؛ مثلاً می‌توان روی همان صفحه سر داد، یا دور نقطه‌ای از همان صفحه چرخاند، یا از صفحه بلند کرد و پشت و رو کرد و دوباره روی همان صفحه قرار داد، یا آن را بزرگ یا کوچک کرد. این تغییرات شکل را عوض نمی‌کنند، حتی بسیاری از آن‌ها اندازه‌ی شکل را هم تغییر نمی‌دهند. به این تغییرات در هندسه **تبدیل** گفته می‌شود. یکی از این تبدیلات هندسی، **انتقال** است. در این شماره از مجله با انتقال آشنا می‌شویم و کاربردهای آن را در کاشی کاری ایرانی-اسلامی خواهیم دید.



تصویر ۱. شکل نارنجی انتقال یافته‌ی شکل قرمز روی صفحه است

انتقال چیست؟

اگر یک شکل مسطح را روی یک صفحه فقط سُر بدهیم، طوری که از یک جای صفحه به جای دیگری از همان صفحه برود، می‌گوییم شکل را انتقال داده‌ایم. با انتقال، نه شکل می‌چرخد، نه بزرگ یا کوچک می‌شود، نه پشت و رو می‌شود و نه هیچ تغییری دیگری. فقط جای (مکان) شکل در آن صفحه تغییر می‌کند.

بنابراین:

انتقال یافته‌ی یک شکل با خود آن شکل هم‌نهیست است.

چگونه شکلی را در صفحه انتقال دهیم؟

برای اینکه یک شکل را در صفحه انتقال دهیم، چند روش را معرفی می‌کنیم:

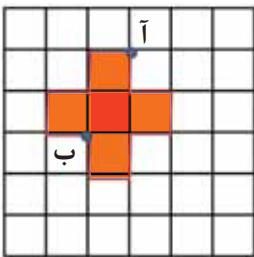
الف) استفاده از کاغذ پوستی: کاغذ پوستی را روی شکل بگذارید. شکل را با دقت روی آن کپی کنید. حال، کاغذ پوستی را روی صفحه، در جهتی که می‌خواهید، سُر دهید. نمونه‌ی انتقال یافته‌ی شکلتان به دست می‌آید.



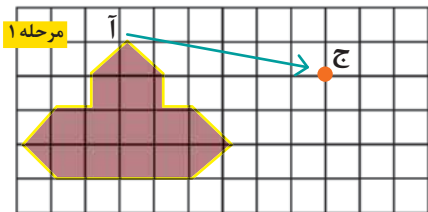
مرحله ۲



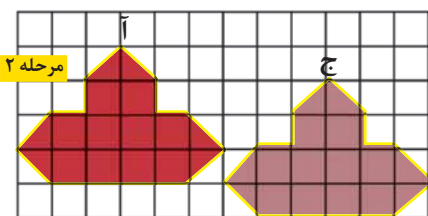
مرحله ۱



تصویر ۲. شکل روی صفحه‌ی شطرنجی

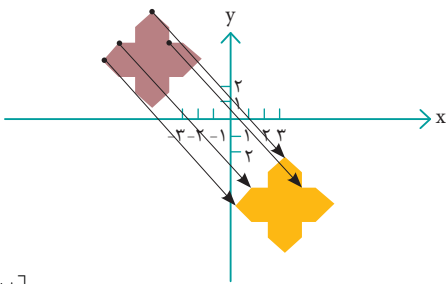


مرحله ۱



مرحله ۲

تصویر ۳. مراحل انتقال یک شکل روی صفحه‌ی شطرنجی

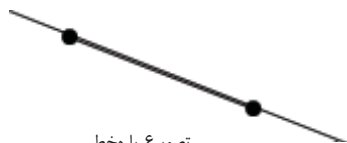


تصویر ۴. انتقال یک شکل روی صفحه‌ی مختصات با بردار $\begin{bmatrix} +8 \\ -9 \end{bmatrix}$

ب) استفاده از صفحه‌ی شطرنجی: صفحه‌ی شطرنجی صفحه‌ای است پوشیده از خانه‌های مربع‌شکل هم‌اندازه. وقتی شکلی روی صفحه‌ی شطرنجی قرار دارد، وضعیت نقطه‌های آن نسبت به هم می‌تواند با این چهارخانه مشخص شود. در تصویر ۲، نقطه‌ی آ دو خانه بالاتر و یک خانه راست‌تر از نقطه‌ی ب است. به این ترتیب، برای انتقال یک شکل روی صفحه‌ی شطرنجی، کافی است یک نقطه از آن شکل (مانند آ) را انتقال دهید و نقطه‌ی ج را به دست آورید و سپس سایر نقاط شکل را در مکان جدید با همان وضعیت که نسبت به آ داشته‌اند، نسبت به نقطه‌ی ج رسم کنید (تصویر ۳ را ببینید).

پ) دستگاه مختصات (و استفاده از بردارها): برای انتقال شکل در صفحه‌ای که دستگاه مختصات دارد، از بردارها کمک می‌گیریم. هر انتقال با یک بردار انتقال متناظر است که جهت و مقدار حرکت شکل را در صفحه مشخص می‌کند. بنابراین، تک‌تک نقطه‌های شکلمان را با بردار انتقال مورد نظر در صفحه حرکت می‌دهیم تا انتقال یافته‌ی شکل به دست آید (تصویر ۴).

بردار یک پاره خط جهت دار است. می دانید که پاره خط، یک بخش از یک خط راست است که به دو نقطه محدود شده است.



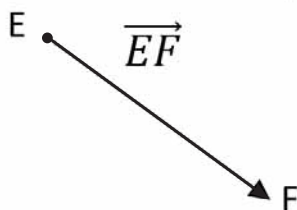
تصویر ۶. پاره خط

بردار پاره خطی است که یکی از نقطه های دو سر آن ابتدای بردار است و دیگری انتهای بردار. بنابراین، با یک پیکان، انتهای بردار را از ابتدای آن متمایز می کنیم:



تصویر ۷. بردار

برای نامیدن بردارها باید نام نقطه ای ابتدا و انتهای آن را به ترتیب بگوییم و یک علامت پیکان بالای آن ها بگذاریم:



تصویر ۸. نام گذاری بردار

دستگاه مختصات یک قرارداد در صفحه است، برای اینکه بتوانیم موقعیت دقیق هر نقطه را در صفحه مشخص کنیم. با استفاده از دستگاه مختصات، به هر نقطه دو عدد متناظر می شود که دقیقاً جای آن نقطه را در صفحه مشخص می کنند. برای تشکیل دستگاه مختصات در صفحه باید این کارها را انجام دهیم:

۱. تعیین یک نقطه از آن صفحه به عنوان «مبدأ مختصات»:

۲. انتخاب دو خط راست که از مبدأ مختصات بگذرند و به آن ها «محورهای مختصات» می گویند. معمولاً این دو خط را عمود بر هم به صورت افقی و عمودی انتخاب می کنند.

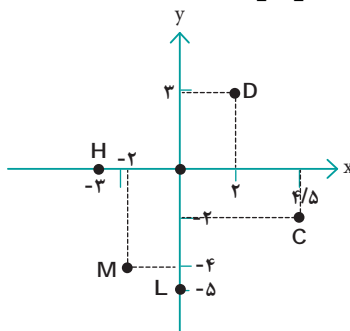
۳. تعیین جهت مثبت (افزایش اعداد) روی هریک از محورهای مختصات. معمولاً روی محور افقی جهت مثبت سمت راست است، و روی محور عمودی جهت مثبت بالاست.

۴. انتخاب واحد روی محورهای مختصات. معمولاً واحدهای روی دو محور با یکدیگر برابرند.

در تصویر ۵، برای رسیدن به نقطه ای C از مبدأ مختصات، ابتدا ۴/۵ واحد به صورت افقی به راست می رویم؛ سپس ۲ واحد به صورت عمودی به پایین می رویم. پس مختصات C چنین است:

$$\begin{bmatrix} 4/5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

مختصات D چیست؟ نقطه ای با مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$ را مشخص کنید.



آیا مختصات H، $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ است؟

مختصات مبدأ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ است.

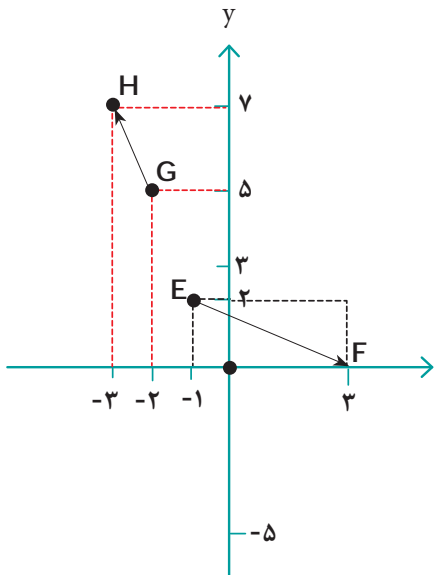
تصویر ۵. دستگاه مختصات در صفحه

گاهی یک شکل ویژگی هایی دارد که با استفاده از آن ها انتقال شکل راحت تر انجام می شود. برای نمونه:

- برای انتقال یک پاره خط کافی است تنها دو نقطه ای دو سر پاره خط را منتقل کنیم. بعد آن دو نقطه ای جدید را به هم وصل کنیم. پاره خطی که به دست می آید، انتقال یافته ی پاره خط اولیه است.
- برای انتقال یک چندضلعی، که در واقع از چند پاره خط تشکیل شده است، کافی است تنها رأس های چندضلعی را منتقل کنیم، سپس این نقطه های جدید را به ترتیب به هم وصل کنیم. چندضلعی به دست آمده، انتقال یافته ی چندضلعی اولیه است.
- برای انتقال یک دایره، کافی است محل مرکز دایره ای جدید را تعیین کنیم. سپس به شعاع دایره ای اصلی و به مرکز جدید، دایره ای بزنیم. این دایره، انتقال یافته ی دایره ای اصلی است.
- شما این فهرست را با شکل های دیگری که می شناسید کامل کنید.

بردار در دستگاه مختصات

می‌توان تصور کرد که هر بردار یک حرکت را مشخص می‌کند: حرکتی از نقطه‌ی ابتدای بردار به نقطه‌ی انتهای آن. اگر بردار در صفحه‌ای رسم شده باشد که دستگاه مختصات دارد، این حرکت را می‌توان به این صورت دید که: اول از نقطه‌ی ابتدای بردار، به صورت افقی، آن قدر به راست یا چپ برویم که به جایی درست در زیر یا بالای نقطه‌ی انتهای بردار برسیم. سپس از آنجا آن قدر بالا یا پایین برویم که به نقطه‌ی انتهای بردار برسیم. به این ترتیب، هر حرکت به دو مؤلفه‌ی افقی و عمودی (با همین ترتیب) تجزیه می‌شود. در



تصویر ۹. بردار در دستگاه مختصات

تصویر روبه‌رو، بردار \overline{EF} را با مختصات $\begin{bmatrix} +4 \\ -2 \end{bmatrix}$ نشان می‌دهیم.

عدد بالا حرکت افقی و عدد پایین حرکت عمودی را نمایش می‌دهد.

شما مختصات بردار \overline{GH} را بنویسید. برداری با

مختصات $\begin{bmatrix} -3/5 \\ -1 \end{bmatrix}$ رسم کنید. (نقطه‌ی ابتدای چنین

بردار، هر نقطه از صفحه می‌تواند باشد. همه‌ی بردارهایی که با این مختصات رسم شوند، با هم برابر تلقی می‌شوند.)

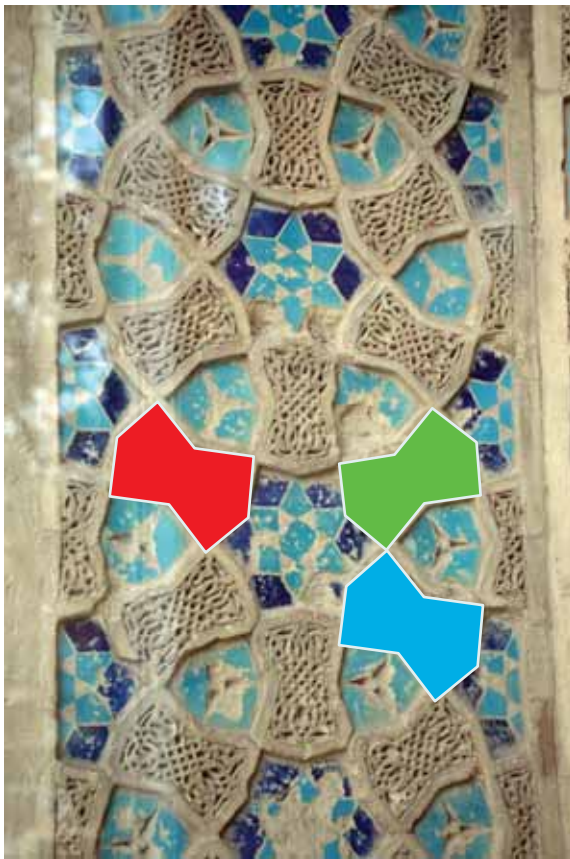
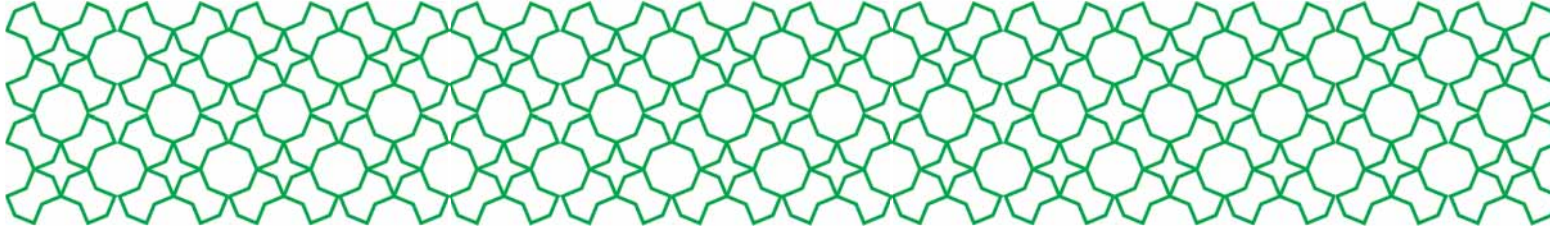
انتقال در کتاب‌های درسی ریاضی ابتدایی

در کتاب‌های درسی ابتدایی، انتقال به‌عنوان یک موضوع مستقل نیامده است، ولی رد پای آن را در بعضی قسمت‌های کتاب‌های درسی ریاضی شش پایه می‌توان دید:

پایه	صفحه‌ی کتاب	موضوع و شرح آن
اول	۷۵ و ۷۶ و ...	انتقال در تمام الگوهای تصویری
دوم	۷	الگوی تصویری
	۶۱	کاشی‌کاری با انتقال و تکرار یک شش ضلعی
سوم	۸۸	سؤال ۴ فعالیت: کاشی‌کاری با انتقال و تکرار یک شکل
	۱۳۳	تکرار الگوها با انتقال
چهارم	۲۱	بالای صفحه، الگوی تصویری
پنجم	-	-
ششم	-	-

الگوهای تصویری که با تکرار یک جزء به دست می‌آیند، در واقع نمونه‌ای از انتقال هستند: آن جزء تکرار شونده انتقال می‌یابد و الگو را می‌سازد.

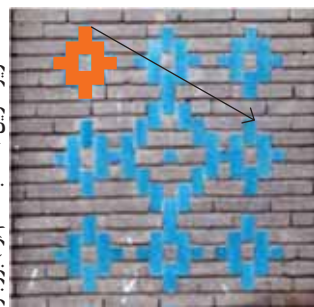
همچنین، کاشی‌کاری نمونه‌ای کاملاً عملی و کاربردی از انتقال است که جزء مشخصی با نظم خاص در صفحه تکرار می‌شود و سطح را می‌پوشاند. همان‌طور که در جدول بالا می‌بینید، این موارد در قسمت‌هایی از کتاب‌های ریاضی به چشم دانش‌آموزان می‌خورد و آن‌ها بدون اینکه نامی از انتقال برده شود، با آن آشنا می‌شوند.



تصویر نمبرین‌های ۱-۳. مسجد جامع نطنز

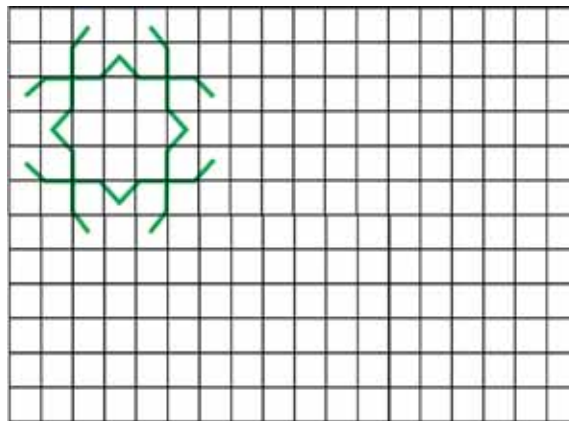
مسئله

۱. آیا شکل آبی انتقال یافته‌ی شکل قرمز است؟ اگر هست، بردار انتقال آن را مشخص کنید. اگر نیست، دلیل شما چیست؟
۲. آیا شکل سبز انتقال یافته‌ی شکل قرمز است؟ اگر هست، بردار انتقال آن را مشخص کنید. اگر نیست، دلیل شما چیست؟
۳. در تصویر مقابل، یک شکل دیگر را مشخص کنید که انتقال یافته‌ی شکل قرمز باشد.
۴. اگر شکل تیره‌تر را با برداری که مشخص شده است انتقال دهیم، چه شکلی به دست می‌آید؟



تصویر نمبرین ۴. مسجد امام (ره) پرورد

۵. با انتقال تصویر پایین، گره چینی را کامل کنید.

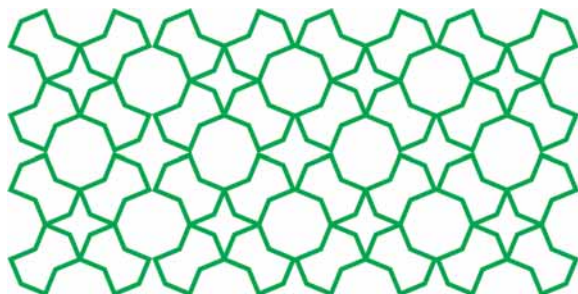


تصویر نمبرین ۵. گره‌ی شمسه و چلیپا

در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید از ریاضیات محیط پیرامون برخاسته باشد تا به دانش‌آموزان کمک کند مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه، تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگون به دست آورند (برنامه‌ی درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، ص ۳۴).

دو شکل را که کاملاً برهم منطبق شوند
هم‌نهشت می‌نامیم.
 اجزای متناظر دو شکل هم‌نهشت با
 یکدیگر برابرند.

۶. کدام جزء از تصویر پایین را اگر داشته باشیم، با انتقال آن می‌توانیم کل گره چینی را بسازیم؟ با چه انتقال‌هایی؟



تصویر نمبرین ۶: گره‌ی هشت و طبل و لنگه



برای دریافت فایل پاسخ مسئله‌ها،
بارکد مقابل را اسکن کنید.

